

समान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = समान्तर चतुर्भुज ABED का क्षेत्रफल

ΔDAF तथा ΔCBE में-

$\angle ADF = \angle BCE$ ($AD \parallel BC$, संगत कोण)

$\angle DFA = \angle CEB$ ($AE \parallel BE$, संगत कोण)

तथा $AD = BC$ (समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ) कोण-भुजा-भुजा (ASA) से

$\Delta DAF \cong \Delta CBE$

अतः $ar(DAF) = ar(CBE)$

$ar(ABCD) = ar(DAF) + ar(ABCF)$

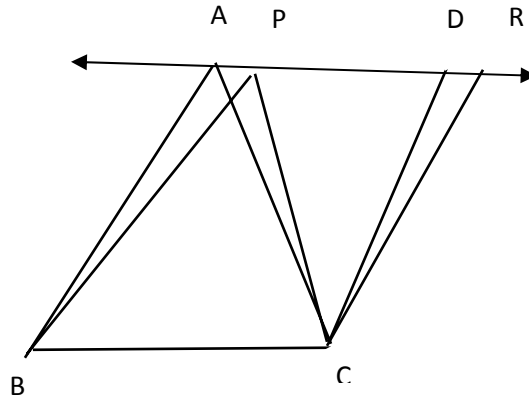
$= ar(CBE) + ar(ABCF)$

$= ar(ABEF)$

अतः समान्तर चतुर्भुज ABCD तथा ABEF के क्षेत्रफल बराबर हैं।

§ 2 एक ही आधार (या बराबर आधारों) और एक ही समान्तर रेखाओं की बीच स्थित त्रिभुज क्षेत्रफल में बराबर होते हैं।

दी गयी आकृति में $BC \parallel AR$ रेखा AR पर बिन्दु P और D इस प्रकार खींचे कि $AB \parallel DC$ तथा $PB \parallel RC$



इस प्रकार हमें दो समान्तर चतुर्भुज ABCD तथा PBCR प्राप्त होते हैं। दोनों चतुर्भुज एक ही आधार BC तथा एक ही समान्तर रेखाओं BC और AR के बीच स्थित हैं।

अतः $ar(ABCD) = ar(PBCR)$ ----- (1)

बिन्दु AC तथा PC को मिलाया।

ΔABC तथा ΔCDA में -

भुजा $AB = CD$ (समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ)

भुजा $BC = DA$ (समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ)

भुजा $CA = AC$ (उभयनिष्ठ भुजा)

अतः $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ (SSS सर्वांगसमता)

इसी प्रकार $\Delta PBC \cong \Delta CRP$

चूँकि सर्वांगसम आकृतियों के क्षेत्रफल बराबर होते हैं।

इसलिए $\text{ar}(ABC) = \frac{1}{2} \text{ar}(ABCD)$ -----(2)

और $\text{ar}(PBC) = \frac{1}{2} \text{ar}(PBCR)$ -----(3)

अतः समीकरण (1),(2) तथा (3) से –

$\text{ar}(ABC) = \text{ar}(PBC)$

इस प्रकार एक ही आधार और एक ही समान्तर रेखाओं के बीच स्थित त्रिभुज क्षेत्रफल में बराबर होते हैं।

il u & 1 सिद्ध कीजिए कि किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल उसके आधार (एक भुजा) तथा संगत शीर्षलम्ब (ऊँचाई) के गुणनफल के आधे के बराबर होता है।

gy & माना ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है।

भुजा AB पर DN लम्ब खींचा।

विकर्ण BD को मिलाया।

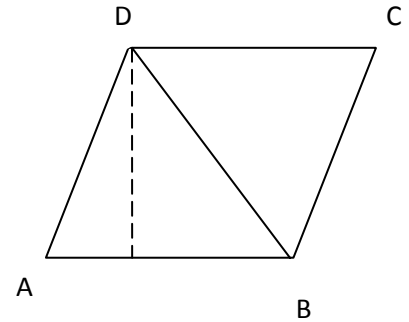
चूँकि $\Delta DAB \cong \Delta BCD$

इसलिए $\text{ar}(\Delta DAB) = \text{ar}(\Delta BCD)$

अतः $\text{ar}(\Delta DAB) = \frac{1}{2} \text{ar}(ABCD)$

$$= \frac{1}{2} AB \times DN$$

$$= \frac{1}{2} \text{आधार} \times \text{संगत ऊँचाई}$$

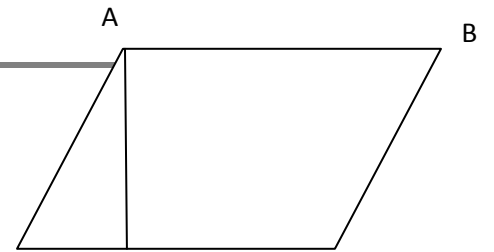


il u 2 & दी गयी आकृति में ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है, $AE \perp DC$ और $CF \perp AD$ है। यदि और $AB=16$ सेमी, $AE=8$ सेमी, और $CF=10$ सेमी है तो AD ज्ञात कीजिए।

हल– ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है।

भुजा DC पर संगत लंब AE है।

$\text{ar}(ABCD) = \text{आधार} \times \text{संगत ऊँचाई}$



$$\begin{aligned}
&=DC \times AE \\
&=16 \text{ सेमी} \times 8 \text{ सेमी} \\
&=128 \text{ सेमी}^2
\end{aligned}$$

भुजा AD पर संगत लंब CF है।

ar (ABCD)= आधार x संगत ऊँचाई

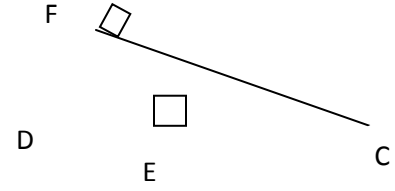
$$\begin{aligned}
&= AD \times CF \\
&= AD \times 10 \text{ सेमी}
\end{aligned}$$

दोनों स्थितियों में समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल बराबर होगा।

$$AD \times 10 \text{ सेमी} = 128 \text{ सेमी}^2$$

$$AD = \frac{128 \text{ सेमी}^2}{10 \text{ सेमी}} = 12.8 \text{ सेमी}$$

$$AD = 12.8 \text{ सेमी}$$



प्रश्न-3 दर्शाइये कि त्रिभुज की एक माध्यिका उसे बराबर क्षेत्रफल वाले त्रिभुजों में विभाजित करती है।

हल-दी गई आकृति में ABC एक त्रिभुज है, और AD त्रिभुज की एक माध्यिका है। शीर्ष A से $AN \perp BC$ खींचा।

चूंकि बिन्दु D भुजा BC का मध्य बिन्दु है।

अतः $BD = DC$

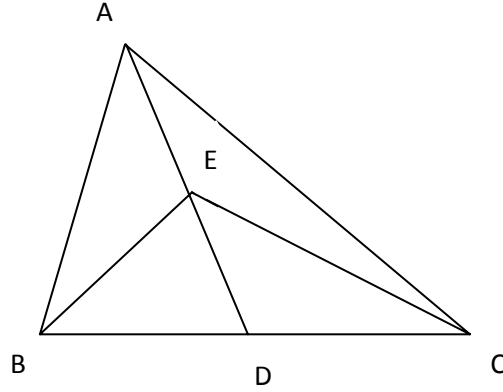
$$\begin{aligned}
\text{ar} (\triangle ABD) &= \frac{1}{2} \text{ आधार} \times \text{ऊँचाई} \\
&= \frac{1}{2} BD \times AN \\
&= \frac{1}{2} DC \times AN \quad (BD=DC) \\
&= \text{ar} (\triangle ADC)
\end{aligned}$$

इस प्रकार $\text{ar} (\triangle ABD) = \text{ar} (\triangle ADC)$

प्रश्न-1 यदि E, F, G तथा H क्रमशः समान्तर चतुर्भुज ABCD की भुजाओं के मध्य बिन्दु है तो दर्शाइये कि $\text{ar}(\text{EFGH}) = \frac{1}{2} \text{ar}(\text{ABCD})$ है

प्रश्न-2 P और Q क्रमशः समान्तर चतुर्भुज ABCD की भुजाओं DC और AD पर स्थित बिन्दु हैं तो दर्शाइये कि $\text{ar}(\Delta APB) = \text{ar}(\Delta BQC)$ है

प्रश्न-3 दी गई आकृति में ΔABC की एक माध्यिका AD पर स्थित कोई बिन्दु E है। दर्शाइये कि $\text{ar}(\Delta ABE) = \text{ar}(\Delta ACE)$



प्रश्न-4 D, E, F क्रमशः त्रिभुज ABC की भुजाओं BC, CA और AB के मध्य बिन्दु है। दर्शाइये कि

1. BDEF एक समान्तर चतुर्भुज है।
2. $\text{ar}(\Delta DEF) = \frac{1}{4} \text{ar}(\Delta ABC)$
3. $\text{ar}(\text{BDEF}) = \frac{1}{2} \text{ar}(\Delta ABC)$