

Lkekydu (Integration) ∫

समाकलन, अवकलन-गुणांक का ठीक विलोम प्रक्रिया है। जहाँ अवकलन का अर्थ घटाना तो समाकलन का अर्थ जोड़ना है। अर्थात्

Integration is the Just opposite Process Of Differentiation

यदि F(x) फलन का अवकल गुणांक f(x) हो अर्थात् $\frac{d}{dx} F(x) = f(x)$ हो

अथवा $\int d/dx F(x) dx = \int f(x) dx$ (दोनों तरफ समाकलन चिन्ह लगाने पर)

तो $F(x) = \int f(x) dx$

या $\int f(x) dx = F(x) + c$ जहाँ c = (अचर)

या f(x) का समाकलन x के सापेक्ष F(x)+c हैं जो कि अनिश्चित समाकलन को दर्शाता है।

जैसे : - Differentiation



Integration

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^{n+1}}{n+1} \right) = x^n \quad \text{तो}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\frac{d}{dx} (x) = 1 \quad \text{तो}$$

$$\int 1 dx = x + c$$

$$\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x \quad \text{तो}$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x \quad \text{तो}$$

$$\int -\sin x dx = \cos x + c$$

$$\frac{d}{dx} (\tan x) = \sec^2 x \quad \text{तो}$$

$$\int \sec^2 x dx = \tan x + c$$

$$\frac{d}{dx} (\operatorname{cosec} x) = -\operatorname{cosec} x \cot x \quad \text{तो}$$

$$\int -\operatorname{cosec} x \cot x = \operatorname{cosec} x + c$$

$$\frac{d}{dx} (\sec x) = \sec x \tan x \quad \text{तो}$$

$$\int \sec x \tan x dx = \sec x + c$$

$$\frac{d}{dx} (\cot x) = -\operatorname{cosec}^2 x \quad \text{तो}$$

$$\int -\operatorname{cosec}^2 x dx = \cot x + c$$

$$\frac{d}{dx} (\sec^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad \text{तो}$$

$$\int \frac{1 dx}{\sqrt{1-x^2}} = \sin^{-1} x + c$$

$$\frac{d}{dx} (\cos^{-1} x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \quad \text{तो}$$

$$\int \frac{-1 dx}{\sqrt{1-x^2}} = \cos^{-1} x + c$$

$$\frac{d}{dx} (\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2} \quad \text{तो}$$

$$\int \frac{1 dx}{1+x^2} = \tan^{-1} x + c$$

$$\frac{d}{dx} (\cot^{-1} x) = \frac{-1}{1+x^2} \quad \text{तो}$$

$$\int \frac{-1 dx}{1+x^2} = \cot^{-1} x + c$$

$$\frac{d}{dx} (\sin^{-1} x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} \quad \text{तो}$$

$$\int \frac{1 dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \sec^{-1} x + c$$

$$\frac{d}{dx} (\operatorname{cosec}^{-1} x) = \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}} \quad \text{तो}$$

$$\int \frac{-1 dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \operatorname{cosec}^{-1} x + c$$

$$\frac{d}{dx} (e^x) = e^x \quad \text{तो}$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\frac{d}{dx} (a^x) = a^x \log a \quad \text{तो}$$

$$\int a^x \log a dx = a^x + c$$

$$\frac{d}{dx} (\log e^x) = \frac{1}{x} \quad \text{तो}$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \log e^x + c$$

$$\frac{d}{dx} (\log a^x) = \frac{1}{x} \log a^e \quad \text{तो}$$

$$\int \frac{1}{x} \log a^e dx = \log a^x + c$$

उपरोक्त समस्त सूत्र अवकलन एवं इसके विपरीत समाकलन के मानक रूप में दर्शाये गये हैं जिसका प्रयोग समाकलन संबंधी

सरल प्रश्नों के हल करने में किया जाता है। जिनमें कुछ उदाहरण निम्नवत् हैं।

on next page →

प्रश्न 01. $\int (ax^2+bx+c) dx$ को हल करें।

हल: (I) $\int (ax^2+bx+c) dx$
 $= \int (ax^2 dx + bx \int dx + \int c \cdot dx)$
 $= \left(a \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{bx^2}{2} + \frac{cx^1}{1} + c^1 \right)$ उत्तर.

प्रश्न 02. $\int \sec x (\sec x + \tan x) dx$ को हल करें।

हल: (I) $\int \sec x (\sec x + \tan x) dx$
 $= \int \sec^2 \cdot dx + \int \sec x \cdot \tan x \cdot dx$
 $= (\tan x + \sec x + c)$ उत्तर.

प्रश्न 03. $\int \frac{2-3 \sin x}{\cos^2 x} dx$

हल: (I) $\int \frac{2-3 \sin x}{\cos^2 x} dx$
 $= \int \frac{2}{\cos^2 x} dx - \int \frac{3 \sin x}{\cos^2 x} dx$
 $= \int 2 \sec^2 x dx - 3 \int \sec x \tan x dx$
 $= 2 \tan x - 3 \sec x + c$ उत्तर.

I ekdyu ds rjhds **Different ways for Integration**

1- Integration by substitution ifrLFkki u }kjk I ekdyu

2- Integration by parts [k.M k% I ekdyu

3- Integration as sum of limits ; ksx I hek ds #i ea I ekdyu

4- Definite Integration with some special properties and based with previous indefinite integration fo k's k xq kka ds vk/kkj ij fuf pr I ekdyuA

01- Integration by substitution ifrLFkki u }kjk I ekdyu

इस विधि के अर्न्तगत त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ, परिमेय फलनों के समाकलन एवं आंशिक भिन्नों के प्रश्नों में कुछ निम्नवत् मानक सूत्रों का प्रयोग करते हैं जो कि समरणीय हो।

$$\int \tan x dx = \log |\sec x| + c \quad \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$$

$$\int \cot x dx = \log |\sin x| + c \quad \sin 2x = 2 \sin x \cos x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$$

$$\int \sec x dx = \log |\sec x + \tan x| + c \quad \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\int \operatorname{cosec} x dx = \log |\operatorname{cosec} x - \cot x| + c \quad \sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x \quad \text{on next page} \rightarrow$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$$

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \log \frac{a+x}{a-x} + c$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \log \frac{x-a}{x+a} + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \log|x + \sqrt{x^2 - a^2}| + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \log|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + c$$

$$\int \frac{px+q}{ax^2 + bx+c} dx = \int \frac{A \frac{d}{dx}(ax^2 + bx+c) + B}{ax^2 + bx+c}$$

$$\int \frac{px+q}{\sqrt{ax^2 + bx+c}} dx = \int \frac{A \frac{d}{dx}(ax^2 + bx+c) + B}{\sqrt{ax^2 + bx+c}}$$

$$\frac{px+q}{(x-a)(x-b)} = \frac{A}{(x-a)} + \frac{B}{(x-b)}, \text{ a is not equal to b}$$

$$\frac{px+q}{(x-a)^2} = \frac{A}{(x-a)} + \frac{B}{(x-a)^2}$$

$$\frac{px^2 + qx+r}{(x-a)(x-b)(x-c)} = \frac{A}{(x-a)} + \frac{B}{(x-b)} + \frac{C}{(x-c)}$$

$$\frac{px^2 + qx+r}{(x-a)(x^2 + bx+c)} = \frac{A}{(x-a)} + \frac{Bx+c}{(x^2 + bx+c)}$$

स्मरणीय बातें :-

\sqrt{x} , $\sin(\log x)$, $e^{\tan^{-1} x}$, e^{2x+3} , $\frac{1}{x \log x}$, $\sin(\cos x)$, $\sin(ax + b)$ इत्यादि में \sqrt{x} , $(\log x)$, $\tan^{-1} x$, $2x + 3$, $\log x$, $\cos x$, $(ax + b)$ अदि रूप वाले प्रश्नों में प्रतिस्थापन के तौर पर t अथवा θ रखते हैं तब समाकलन करने से प्रश्नों का हल आसानी से हो जाता है।

I kf/kr mknkj .k %&

i l 01- $\frac{2x}{1+x^2}$ का समाकलन करें।

हल:- माना कि $I = \int \frac{2x}{1+x^2} dx$

पुनः माना कि $1 + x^2 = t$

दोनों तरफ अवकलन करने पर

$$0 + 2x dx = dt$$

$$\text{या } 2x dx = dt$$

$$\text{अतः } I = \int \frac{dt}{t}$$

$$= \log t + C$$

$$= \log(1 + x^2) + C$$

उत्तर.

i l 02- $\frac{\sin(\tan^{-1} x)}{1+x^2}$ का समाकलन करें।

हल:- माना कि $I = \int \frac{\sin(\tan^{-1} x)}{1+x^2} dx$

पुनः माना कि $\tan^{-1} x = t$

दोनों तरफ अवकलन करने पर

$$\frac{1 dx}{1+x^2} = dt$$

$$\text{अतः } I = \int \sin t dt$$

$$= -\cos t + c$$

$$= \cos(\tan^{-1} x) + c \quad \text{उत्तर.}$$

on next page →

i1 03- $\cot x \log \sin x$ का समाकलन करें।

हल:- माना कि $I = \int \cot x \log \sin x \, dx$

पुनः माना कि $\log \sin x = t$

दोनों तरफ अवकलन करने पर

$$\frac{1 \cos x \, dx}{\sin x} = dt$$

या $\cot x \, dx = dt$

अतः $I = \int t \, dt$
 $= \frac{t^2}{2} + c$
 $= \frac{(\log \sin x)^2}{2} + c$ उत्तर.

i1 04- $\frac{5x-2}{1+2x+3x^2}$ का समाकलन करें।

हल:- माना कि $I = \int \frac{5x-2}{1+2x+3x^2} \, dx$

जहाँ $\frac{5x-2}{1+2x+3x^2} = \frac{A \frac{d}{dx}(3x^2 + 2x + 1) + B}{1+2x+3x^2} \dots \dots \dots I$
 $= \frac{A(2+6x) + B}{1+2x+3x^2}$
 $= \frac{2A + 6Ax + B}{1+2x+3x^2}$
 $\frac{5x-2}{1+2x+3x^2} = \frac{6Ax + (2A+B)}{1+2x+3x^2}$

दोनों तरफ से समान गुणांको की तुलना करने पर

$6A = 5$ अतः $A = \frac{5}{6}$ और $2A + B = -2$

; $B = -2 - 2A = -2 - 2 \times \frac{5}{6} = -\frac{11}{3}$

अतः समीकरण I से $\frac{5x-2}{1+2x+3x^2} = \frac{\frac{5}{6}(2+6x) - \frac{11}{3}}{1+2x+3x^2}$
 $\int \frac{5x-2}{1+2x+3x^2} \, dx = \int \frac{\frac{5}{6}(2+6x) - \frac{11}{3}}{1+2x+3x^2} \, dx$
 $= \frac{5}{6} \frac{(2+6x) \, dx}{1+2x+3x^2} - \frac{11}{3} \int \frac{dx}{1+2x+3x^2}$
 $= \frac{5}{6} \log(1+2x+3x^2) - \frac{11}{3} \dots \dots \dots II$

जहाँ $II = \int \frac{dx}{1+2x+3x^2} = \frac{1}{3} \int \frac{dx}{x^2 + 2x \frac{1}{3} + \frac{1}{3}}$
 $= \frac{1}{3} \int \frac{dx}{x^2 + 2x \frac{1}{3} + (\frac{1}{3})^2 - (\frac{1}{3})^2 + \frac{1}{3}}$

on next page →

$$= \frac{1}{3} \int \frac{dx}{(x+\frac{1}{3})^2 + (\frac{\sqrt{2}}{3})^2}$$

$$= 1/\sqrt{2} \tan^{-1} \frac{3x+1}{\sqrt{2}} + c$$

अतः समीकरण II से $\int \frac{5x-2}{1+2x+3x^2} dx = \frac{5}{6} \log(1+2x+3x^2) - \frac{11}{3\sqrt{2}} \tan^{-1} \frac{3x+1}{\sqrt{2}} + c$ उत्तर.

i1 05- $\frac{x}{(x-1)(x^2+1)}$ का समाकलन करें।

हल:- माना कि $\frac{x}{(x-1)(x^2+1)} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{Bx+C}{(x^2+1)}$

$$= \frac{A(x^2+1) + (x-1)(Bx+C)}{(x-1)(x^2+1)}$$

$$= \frac{Ax^2 + A + Bx^2 - Bx + Cx - C}{(x-1)(x^2+1)}$$

$$\frac{x}{(x-1)(x^2+1)} = \frac{x^2(A+B) + x(C-B) + (A-C)}{(x-1)(x^2+1)}$$

दोनों तरफ से समान गुणांको की तुलना करने पर

$$A+B=0, C-B=1, A-C=0 \text{ इन्हें हल करने पर } C=\frac{1}{2}, B=\frac{-1}{2}, A=\frac{1}{2}$$

$$\text{vr\%} \int \frac{x}{(x-1)(x^2+1)} = \frac{1}{2} \int \frac{dx}{(x-1)} - \frac{1}{2} \int \frac{x dx}{(x^2+1)} + \frac{1}{2} \int \frac{dx}{(x^2+1)}$$

$$= \frac{1}{2} \log(x-1) - \frac{1}{4} \int \frac{2x dx}{(x^2+1)} + \frac{1}{2} \int \frac{dx}{(x^2+1)}$$

$$= \frac{1}{2} \log(x-1) - \frac{1}{4} \log(x^2+1) + \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{x}{1} + C \text{ उत्तर.}$$

अभ्यास हेतु प्रश्न:-

01. $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1+\sin x}}$

02. $\int \frac{2x dx}{x^2+3x+2}$

03. $\int \frac{(x+2) dx}{2x^2+6x+5}$

04. $\int \frac{dx}{x^2-3x+13}$

05. $\int \frac{x dx}{(x-1)^2(x+2)}$

06. $\int \sin 4x \sin 8x dx$

on next page →

2- Integration by parts [k.M k% I ekdyu

; fn u v k j v , x ds nks pj Qyu gk rks [k.M k% I ekdyu dk I = fuEuor~gksxk%&
 % Fke Qyu \times f}rh; Qyu% dk I ekdyu = i fke Qyu \times f}rh; Qyu dk I ekdyu &[f}rh; Qyu dk I ekdyu
 \times i fke Qyu dk vodyu] dk I ekdyu
 vFkkkr~

$$\int u \cdot v \, dx = u \int v \, dx - \int \left[\int v \, dx \cdot \frac{du}{dx} \right] dx$$

u और v में से प्रथम या द्वितीय निर्धारण करने के लिए ILATE की मदद लेते हैं।

जहाँ I= Inverse, L= Log, A=Algebra, T=Trigonometry, E= Exponential

इन शब्दों में जो शब्द पहले आयेगा उसे प्रथम और बाद में आने वाले शब्द द्वितीय समझा जायेगा।

I kf/kr mnkgj .k %&

प्र 0 1. $\int x \sec^2 x \, dx$

हल: ILATE द्वारा $x = I$ और $\sec^2 x = II$ मानने पर

$$I = x \times \int \sec^2 x \, dx - \int \left[\left(\int \sec^2 x \, dx \right) \times \frac{dx}{dx} \right] dx$$

$$= x \tan x - \int \tan x \times 1 \, dx$$

$$= x \tan x - \log \sec x + c \text{ उत्तर.}$$

प्र 0 2 $\frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$ का समाकलन ज्ञात करें।

हल:- $I = \int \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

माना कि $\sin^{-1} x = t$ अतः $x = \sin t$

दोनों तरफ अवकलन करने पर

$$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = dt$$

अतः $I = \int t \sin t \, dt$

$$= t \times \int \sin t \, dt - \int \left[\left(\int \sin t \, dt \right) \times \frac{dt}{dt} \right] dt$$

$$= t (-\cos t) - \int (-\cos t) dt$$

$$= -t \cos t + \sin t + c$$

$$= -\sin^{-1} x \cos(\sin^{-1} x) + \sin(\sin^{-1} x) + c \text{ उत्तर.}$$

अभ्यास हेतु प्रश्न:-

01. $\int x(\log x)^2 dx$

02. $\int \tan^{-1} x \, dx$

03. $\int \frac{x \cos^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

on next page →

3- Integration as sum of limits ; kx l hek ds #i ea l ekdyu

; kxQy dh l hek ds #i ea fuf pr l ekdyu dk gy Kkr djus ds fy, ge fuEu l # dk iz kx djrs gA

$$\int f(x) dx = \lim_{h \rightarrow 0} h [f(a)+f(a+h)+f(a+2h)+\dots+f\{a+(n-1)h\}]$$

जहाँ a = निम्न सीमा, b = उच्च सीमा और $n = \frac{b-a}{h}$ या $nh = b - a$

ftl ds vlxrlr vkj Hkh fuEu l #k dh vko ; drk gy djus ea i M+l drh gA

01- $\sum n = 1 + 2 + 3 \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ प्राकृत संख्याओं का योग।

02- $\sum n^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग।

03- $\sum n^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ प्राकृत संख्याओं के घनों का योग।

04- $a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$ गु0 श्रे0 के n पदों का योग।

साधित प्रश्न:- 01. योगफल सीमा के रूप में निश्चित समाकलन करें:- $\int_2^3 x^2 dx$

हल:- चूँकि $\int f(x) dx = \lim_{h \rightarrow 0} h [f(a)+f(a+h)+f(a+2h)+\dots+f\{a+(n-1)h\}] \dots \dots \dots (I)$

यहाँ a = 2, b = 3 अतः $nh = b - a = 3 - 2 = 1$ अर्थात् $nh = 1$

और $f(a) = f(2) = 2^2$, $f(a+h) = (a+h)^2 = (2+h)^2$, $f(a+2h) = (a+2h)^2 = (2+2h)^2 \dots \dots \dots f\{a+(n-1)h\} = \{a+(n-1)h\}^2 = \{2+(n-1)h\}^2$

अतः समीकरण (I) से

$$\int_2^3 x^2 dx = \lim_{h \rightarrow 0} h [2^2 + (2+h)^2 + (2+2h)^2 + \dots + f\{2+(n-1)h\}^2] = \lim_{h \rightarrow 0} h [2^2 + (2^2 + 2.2h+h^2) + \{2^2+2(2.2h)+(2h)^2 \dots + 2^2+2.2(n-1)h+(n-1)^2h^2$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} h [(2^2 + 2^2 + 2^2 + \dots \dots \dots \text{to } n \text{ terms}) + 4h(1+2+3+\dots+(n-1)) + h^2\{1^2 + 2^2 + 3^2 \dots + (n-1)^2\}]$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} h [2^2 \cdot n + 4h \cdot n \cdot \left(\frac{n-1}{2}\right) + h^2(n-1)n \left(\frac{2n-1}{6}\right)]$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} [2^2 \cdot nh + 4nh \cdot \left(\frac{nh-h}{2}\right) + (nh-h)nh \left(\frac{2nh-h}{6}\right)]$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} [2^2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 \cdot \left(\frac{1-0}{2}\right) + (1-0)1 \left(\frac{2 \cdot 1-0}{6}\right)]$$

$$= 4 + 2 + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{19}{3} \text{ उत्तर.}$$

अभ्यास हेतु प्रश्न:-

01. $\int_{-1}^1 e^x dx$ का योगफल सीमा रूप में समाकलन करें।

02. $\int_0^5 (x+1) dx$ का योगफल सीमा रूप में समाकलन करें।

03. $\int_a^b x dx$ का योगफल सीमा रूप में समाकलन करें।

on next page →

$$\begin{aligned}
\text{या } I &= \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \frac{\tan x \, dx}{\sec x + \tan x} \\
&= \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \frac{\tan x \, dx}{\sec^2 x - \tan^2 x} \times \sec x - \tan x \\
I &= \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \tan x \times \sec x \, dx - \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \sec^2 x \, dx + \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} 1 \, dx \\
&= \frac{\pi}{2} [\sec x] - \frac{\pi}{2} [\tan x] + \frac{\pi}{2} [x] \text{ (सीमा 0 से } \pi \text{ तक)} \\
&= \frac{\pi}{2} [\sec \pi - \sec 0] - \frac{\pi}{2} [\tan \pi - \tan 0] + \frac{\pi}{2} [\pi - 0] \\
&= \frac{\pi}{2} (-1 - 1) - \frac{\pi}{2} (0 - 0) + \frac{\pi}{2} \cdot \pi \\
&= \left(\frac{\pi^2}{2} - \pi \right) \text{ उत्तर.}
\end{aligned}$$

03. $\int_0^1 |5x - 3| \, dx$ का समाकलन ज्ञात करें।

$$\begin{aligned}
\text{हल:- चूंकि } |5x - 3| &= (5x - 3) \text{ जब } 5x - 3 \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{3}{5} \\
&= -(5x - 3) \text{ जब } 5x - 3 < 0 \rightarrow x < \frac{3}{5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{अतः } \int_0^1 |5x - 3| \, dx &= \int_0^{\frac{3}{5}} |5x - 3| \, dx + \int_{\frac{3}{5}}^1 |5x - 3| \, dx \\
&= - \int_0^{\frac{3}{5}} (5x - 3) \, dx + \int_{\frac{3}{5}}^1 (5x - 3) \, dx \\
&= \left[3x - \frac{5x^2}{2} \right] + \left[\frac{5x^2}{2} - 3x \right] \text{ (0 से } \frac{3}{5} \text{ तथा } \frac{3}{5} \text{ से 1 निम्न सीमा और उच्च सीमा)} \\
&= \left(\frac{9}{5} - \frac{9}{10} \right) + \left(-\frac{1}{2} + \frac{9}{10} \right) \\
&= \frac{13}{10} \text{ उत्तर.}
\end{aligned}$$

अभ्यास हेतु परिषदीय मॉडल प्रश्न :-

01. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} \, dx$ का समाकलन ज्ञात करें।

02. $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} \, dx$ का समाकलन ज्ञात करें।

03. $\int_0^{\pi} \frac{x \, dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$ का समाकलन ज्ञात करें

04. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x) \, dx$ का समाकलन ज्ञात करें।

05. $\int_2^8 |x - 5| \, dx$ का समाकलन ज्ञात करें।

PREPARED BY : R.P PRASAD. LECT.IN MATHEMATICS

AND INCHARGED PRINCIPAL; G.I.C PIPALKOTE. PITHORAGARH